

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۳۰:۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم : $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$	۱/۷۵
۲	با استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر ۳ واحد به سه برابر عددی فرد اضافه کنیم عدد حاصل مضرب ۶ می باشد .	۱
۳	آیا حکم مقابل برقرار است ؟ چرا ؟ اگر $(a-1)(b-1) = 0$ آنگاه $a=1$ و $b=1$ می باشد .	۰/۷۵
۴	دبیرستانی ۴۰۰ دانش آموز دارد حداقل چند نفر وجود دارند که روز تولدشان در هفته یکسان است ؟	۱
۵	می دانیم $\sqrt{7}$ عدد گنگ است ، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ عددی گنگ است .	۱
۶	مجموعه مقابل را بصورت گزاره نما بنویسید . $A = \{۰, ۳, ۸, ۱۵, ۲۴, \dots\}$	۰/۵
۷	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید : $(A - B') \cup B = B$	۱
۸	رابطه R در مجموعه \mathbb{R} به صورت مقابل تعریف می شود : $xRy \Leftrightarrow \sqrt[3]{x+y} = \sqrt[3]{y} + x$ ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است .	۱/۵
۹	اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 10\}$ و $B = \{x+1 \mid x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 1\}$ دو مجموعه باشند الف) مجموعه های A و B را بصورت اعضاء بنویسید . ب) مجموعه $B \times A$ را مشخص کنید .	۱/۵
۱۰	x و y را چنان بیابید تا دو زوج مرتب $(8, y^2 - x^2)$ و $(x^2 + y, 16)$ مساوی باشند .	۱
۱۱	هر یک از اعداد فرد طبیعی کوچک تر از ۱۸ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها به طور قرعه کاردی را بر می داریم . مطلوبست تعیین : الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۳ باشد . ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت مجذور کامل باشد . د) پیشامد $A - B$	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۳۰:۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	از یک سبد محتوی ۳ سیب فاسد و ۵ سیب سالم به تصادف ۲ سیب بیرون می آوریم ، احتمال آن را بیابید که : الف) هر دو سالم باشند . ب) هر دو از یک نوع نباشند .	۱/۵
۱۳	سه دوتنه a, b, c مسابقه می دهند . اگر شانس برنده شدن a سه برابر شانس برنده شدن b و شانس برنده شدن b نصف شانس برنده شدن c باشد ، احتمال این که a برنده نشود چقدر است ؟	۱/۷۵
۱۴	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید : $p(A' \cap B') - p(A \cap B) = 1 - p(A) - p(B)$	۱/۵
۱۵	سکه ای به شعاع یک سانتی متر را داخل مربعی به ضلع ۵ سانتی متر می اندازیم . احتمال آن را بیابید که سکه کاملاً داخل مربع قرار گیرد .	۱/۲۵
۱۶	تاسی را ۵ بار پرتاب می کنیم احتمال آن که سه بار عدد زوج بیاید چقدر است ؟	۱
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$P(1): \frac{1}{1 \times 4} = \frac{1}{3(1)+1} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad (./25)$ $P(k): \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \frac{k}{3K+1} \quad (./25)$ $P(k+1): \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k+1}{3K+4} \quad (./25)$ <p>به طرفین فرض جمله ی (K + 1) ام را اضافه می کنیم (./25)</p> $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k}{3K+1} + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} =$ $\frac{3k^2 + 7k + 1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{(3k+1)(k+1)}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k+1}{3k+4} \quad (./5)$	۱/۲۵
۲	$x = 3k + 1 \quad (./25)$ $3x + 3 = 3(3k+1) + 3 = 9k + 6 = 6(k+1) = 6t \quad (./25)$	۱
۳	<p>راه حل اول: با مثال نقض حل می کنیم:</p> <p>اگر $a = 1, b = 0 \rightarrow (a-1)(b-1) = (1-1)(0-1) = 0 \cdot (-1) = 0 \quad (./25)$</p> <p>راه حل دوم: $(a-1)(b-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b-1=0 \end{cases} \quad (./25) \rightarrow a=1 \text{ یا } b=1 \quad (./5)$</p>	۰/۲۵
۴	<p>طبق اصل لانه کبوتری ۴+ نفر را تعداد کبوترها و ۷ روز هفته را تعداد لانه ها در نظر می گیریم (./25)</p> $4 \cdot \frac{17}{57} \rightarrow 57 + 1 = 58 \quad \text{نفر} \quad (./5)$ $\frac{1}{1} \quad (./25)$ <p>تعداد کبوتر $m = 400$</p> <p>تعداد لانه $n = 7$</p>	۱
۵	<p>اگر $\sqrt{3} + \sqrt{7} \notin Q \quad (./25) \rightarrow \sqrt{3} + \sqrt{7} \in Q \rightarrow \sqrt{3} + \sqrt{7} = \frac{a}{b} \quad (a, b) = 1 \quad (./25)$</p> <p>$3 + \sqrt{7} = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow \sqrt{7} = \frac{a^2}{b^2} - 3$ تناقض (./25)</p> <p>گویا = گنگ</p>	۱
۶	$A = \{X^2 - 1 \mid X \in N\} \quad (./5)$	۰/۵
۷	$(A - B') \cup B = (A \cap B) \cup B = B \quad (./25)$ <p>$A \cap B \subset B$ می دانیم (./25)</p>	۱
« ادامه در صفحه ی دوم »		

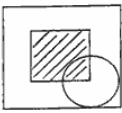
باسمه تعالی

ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$xRx \rightarrow \sqrt[3]{x} + x = \sqrt[3]{x} + x \quad (./۲۵)$ $xRy \rightarrow \sqrt[3]{x} + y = \sqrt[3]{y} + x \rightarrow \sqrt[3]{y} + x = \sqrt[3]{x} + y \rightarrow yRx (./۵)$ $\left\{ \begin{array}{l} xRy \\ , \\ yRz \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[3]{x} + y = \sqrt[3]{y} + x \\ \sqrt[3]{y} + z = \sqrt[3]{z} + y \end{array} \right\}$ $\sqrt[3]{x} + y + \sqrt[3]{y} + z = \sqrt[3]{y} + x + \sqrt[3]{z} + y \rightarrow \sqrt[3]{x} + z = \sqrt[3]{z} + x \rightarrow xRz (./۵)$ <p>چون سه شرط بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد پس هم ارزی است. (./۲۵)</p>	۱/۵
۹	<p>الف) $A = \{1, 2\} \quad (./۲۵) \quad B = \{-1, 1, 3\} \quad (./۵)$</p> <p>ب) $B \times A = \{(-1, 1), (-1, 2), (1, 1), (1, 2), (3, 1), (3, 2)\} \quad (./۷۵)$</p>	۱/۵
۱۰	$(x^2 - y^2, 8) = (16, x + y) \rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x + y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} (x - y)(x + y) = 16 \\ x + y = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases} \quad (./۲۵) \quad (./۲۵)$	۱
۱۱	<p>الف) $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\} \quad (./۵)$</p> <p>ب) $A = \{3, 9, 15\} \quad (./۵)$</p> <p>ج) $B = \{1, 9\} \quad (./۵)$</p> <p>د) $A - B = \{3, 15\} \quad (./۵)$</p>	۲
۱۲	<p>الف) $P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14} \quad (./۷۵)$</p> <p>ب) $P(B) = \frac{\binom{5}{1} \binom{2}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{5 \times 2}{28} = \frac{10}{28} \quad (./۷۵)$</p>	۱/۵
« ادامه در صفحه ی سوم »		

باسمه تعالی

ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$p(a) = 3p(b) \quad (./25)$ $p(b) = \frac{1}{3}p(c) \rightarrow 3p(b) = p(c) \quad (./25)$ $p(a) + p(b) + p(c) = 1 \quad (./25)$ $3p(b) + p(b) + 3p(b) = 1 \quad (./25) \rightarrow p(b) = \frac{1}{6} \quad (./25)$ $p(a) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (./25) \quad p(a') = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (./25)$	۱۳
۱۴	$p(A' \cap B') - p(A \cap B) = p(A \cup B)' - p(A \cap B) \quad (./5)$ $= 1 - p(A \cup B) - p(A \cap B) \quad (./5)$ $= 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B) - p(A \cap B) \quad (./25)$ $= 1 - p(A) - p(B) \quad (./25)$	۱۴
۱۵	$a_s = a^2 = 5^2 = 25 \quad (./25)$ $a_A = a^3 = 3^3 = 9 \quad (./25)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{9}{25} \quad (./5)$  <p>(./25)</p>	۱۵
۱۶	$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (./25)$ <p>احتمال زوج آمدن یک بار پرتاب تاس</p> $P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} \quad (./25)$	۱۶
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم به راه حل‌های درست دیگر بارم را منظور فرمایید