



www.amouzesh.tv.ir

به نام خدا

شبکه آموزش شبکه فرصت‌های برابر آموزشی



www.irib.ir/tv

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: $۱۰\frac{۱}{۴}$	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۱۳۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

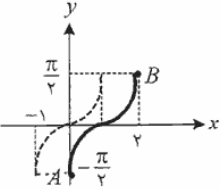
ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه‌ی تعریف تابع $f$ با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x+1}{ x +1} + \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۲	توابع $f$ و $g$ با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \frac{x}{x+2}$ مفروضند: اولاً: دامنه‌ی توابع $f$ و $g$ و $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید. ثانیاً: در صورت وجود ضابطه‌ی $\frac{f}{g}$ را بنویسید.	۱/۲۵
۳	به کمک انتقال نمودار تابع $f$ با ضابطه‌ی $f(x) = \text{Arcsin}(x-1)$ را رسم کرده دامنه و برد آن را تعیین کنید. سپس در صورت وجود مختصات نقاط بحرانی و نقاط ماکزیمم و می نیمم مطلق آن را تعیین کنید.	۲
۴	در صورتی که دو چند جمله‌ای $2x^2 - 5x + 4$ و $2x^2 + ax$ در تقسیم بر $x-1$ هم باقیمانده باشند، مقدار عددی $a$ را مشخص کنید.	۰/۷۵
۵	نشان دهید تابع $f$ با ضابطه‌ی $f(x) = (1-x)^2$ یک به یک است. سپس ضابطه‌ی تابع معکوس تابع $f$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۶	با توجه به نمودار تابع $f$ در شکل زیر، حاصل هریک از عبارات زیر را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$	۱
۷	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{ x -1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \sin(x-1)}{1-x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{2x^2-7}}$	۲/۲۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{2-x}{x^2-1}$ را در صورت وجود بنویسید.	۰/۷۵
	«ادامه‌ی سوالات در صفحه‌ی دوم»	

باسمه تعالی

ردیف	سؤالات	نمره
سوالات امتحان نهایی درس: حسابان رشته: ریاضی فیزیک ساعت شروع: $۱۰\frac{۱}{۴}$ مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه سال سوم متوسطه تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶ دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۱۳۸۷ اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		
ردیف	سؤالات	نمره
۹	ضرایب $a$ و $b$ را چنان بیابید که تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} bx - 1 & x < 1 \\ 3x & x = 1 \\ a[x] + 2 & x > 1 \end{cases}$ در $x_0 = 1$ پیوسته باشد. ( [ ] نماد جزء صحیح است )	۱
۱۰	مشتق بگیرید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست ) الف) $y = \sin^5 x + \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ ب) $y = \sqrt[3]{x}(x^2 - 1)^4$ ج) $y = \text{Arccot}(x^2 - 3x)$	۱/۷۵
۱۱	تابع $y = -x^2 + bx + 3$ مفروض است. $b$ را چنان بیابید که تابع ماکزیممی برابر ۵ داشته باشد.	۰/۷۵
۱۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x+1}{-x+1}$ را رسم کنید.	۱/۵
۱۳	اگر شعاع دایره ای از ۲ تا ۳ سانتی متر تغییر کند، آهنگ تغییر مساحت آن را تعیین کنید.	۰/۷۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin^2 x - \sin x$ را در بازه ی $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۱/۲۵
۱۵	اگر دو ضلع زاویه ی قائمه در مثلث قائم الزاویه ای $x$ و $y$ باشد و $x + y = 18$ ، در اینصورت $x$ و $y$ را چنان بیابید که مساحت مثلث ماکزیمم شود.	۰/۷۵
۱۶	ضرایب $a$ و $b$ را چنان بیابید که نقطه ی عطف تابع $y = ax^3 + 3x^2 - b$ به طول ۱ روی محور طول ها واقع باشد.	۱
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x+1 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{x-3}{2} & 1 \leq x < 3 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس مقدار $\int_0^3 f(x)dx$ را حساب کنید.	۱/۲۵
	« موفق باشید »	۲۰
	جمع نمره	

باسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$ x  + 1 \neq 0$ (۰/۲۵) و $x \neq 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow D_f = R - \{0\}$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	اولاً: $D_f : x - 2 \geq 0 \rightarrow D_f = [2, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_g : x + 2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2 \rightarrow D_g = R - \{-2\}$ (۰/۲۵) $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = [2, +\infty)$ (۰/۲۵) $(\frac{f}{g})(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\frac{x}{x+2}} = \frac{(x+2)\sqrt{x-2}}{x}$ (۰/۲۵) ثانیاً:	۱/۲۵
۳	$f(x) = \text{Arcsin}(x-1)$  $-1 \leq x-1 \leq 1 \rightarrow 0 \leq x \leq 2 \rightarrow D_f = [0, 2]$ (۰/۲۵), $R_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (۰/۲۵) نقاط بحرانی $A(0, -\frac{\pi}{2})$ و $B(2, \frac{\pi}{2})$ (۰/۵) نقاط Max مطلق $B(2, \frac{\pi}{2})$ (۰/۲۵) نقاط Min مطلق $A(0, -\frac{\pi}{2})$ (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۵)	۲
۴	$x-1=0 \rightarrow x=1$ $p(x) = 2x^2 - 5x + 4 \rightarrow R_1 = p(1) = 2 - 5 + 4 = 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow 1 + a = 1 \rightarrow a = 0$ (۰/۲۵) $p'(x) = 4x - 5 \rightarrow R_2 = p'(1) = 4 - 5 = -1$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۵	$f(x) = (1-x)^2$ $f(x_1) = (1-x_1)^2$ $f(x_2) = (1-x_2)^2$ $f(x_1) = f(x_2)$ $\rightarrow (1-x_1)^2 = (1-x_2)^2 \rightarrow \dots \rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۲۵) پس $f$ یک به یک است و بنابراین معکوس پذیر است (۰/۲۵) $y = (1-x)^2 \rightarrow \sqrt[2]{y} = 1-x \rightarrow x = 1 - \sqrt[2]{y} \rightarrow f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}, x \in R$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۷
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	چون چپ و راست مساوی نیستند حد ندارد الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \sqrt{\quad} \quad (./۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad (./۲۵)$ ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} f(x) = 1 \quad (./۲۵)$ د) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 1 \quad (./۲۵)$	۱
۷	الف) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 0}} \frac{x-1}{ x -1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-1} = 1 \quad (./۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \sin(x-1)}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} x \times \frac{\sin(x-1)}{x-1} = -1 \quad (./۲۵)$ ج) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot x = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \quad (./۲۵)$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{2x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1+\frac{\sqrt{x}}{x})}{\sqrt{2x^2(1-\frac{1}{2x^2})}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (./۲۵)$	۲/۲۵
۸	$y = \frac{2-x}{x^2-1} \quad D = R - \{1, -1\}$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \rightarrow y = 0$ مجانب افقی (./۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2-x}{x^2-1} = \pm\infty, \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2-x}{x^2-1} = \mp\infty \rightarrow x = 1$ و $x = -1$ (./۵) مجانب قائم	۰/۷۵
۹	شرط پیوستگی f در $x = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \quad (./۲۵)$ $b-1 = a+2 = 3 \quad (./۲۵) \rightarrow b = 4$ و $a = 1 \quad (./۵)$	۱
۱۰	الف) $y' = \Delta \sin^2 x \cos x + \frac{2}{x^2} \sin(\frac{1}{x^2}) \quad (./۲۵)$ ب) $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} (x^2-1)^2 + 2x(x^2-1)^2 \sqrt[3]{x} \quad (./۲۵)$ ج) $y' = \frac{-(2x-2)}{1+(x^2-2x)^2} \quad (./۲۵)$	۱/۷۵
۱۱	روش اول : $y = -x^2 + bx + 2$ $y_{Max} = \Delta \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-12-b}{-2} = \Delta \rightarrow b = \pm 2\sqrt{2} \quad (./۵)$ روش دوم : $y' = -2x + b = 0 \rightarrow x = \frac{b}{2} \quad (./۲۵)$ $\Delta = -\frac{b^2}{4} + \frac{b^2}{4} + 2 \rightarrow 2 = \frac{-b^2 + 2b^2}{4} \rightarrow b^2 = 8 \rightarrow b = \pm 2\sqrt{2} \quad (./۵)$	۰/۷۵
« ادامه در صفحه ی سوم »		

باسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱۵	$y = \frac{2x+1}{-x+1} \quad D = R - \{1\}$ $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = -2$ $y = \pm\infty \Rightarrow x = 1 \quad \text{مجانبتها (۰/۵)}$ $y' = \frac{2(-x+1) - (-1)(2x+1)}{(-x+1)^2} = \frac{2}{(-x+1)^2} > 0 \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\frac{1}{2}</math></td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td colspan="3">+</td> <td colspan="2">+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>-2 \nearrow</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>-2 \nearrow</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جدول (۰/۵)</p>	x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	۰	۱	$+\infty$	y'	+			+		y	$-2 \nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$-2 \nearrow$	۱۲
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	۰	۱	$+\infty$															
y'	+			+																
y	$-2 \nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$-2 \nearrow$															

شکل (۰/۲۵)

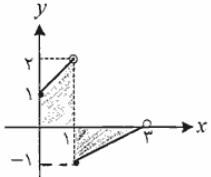
۱۷۵	$S = \pi R^2 \rightarrow \begin{cases} R_1 = 2 \rightarrow S_1 = 4\pi \\ R_2 = 3 \rightarrow S_2 = 9\pi \end{cases} \quad (۰/۵)$ $\text{آهنگ تغییر} = \frac{S_2 - S_1}{R_2 - R_1} = \frac{9\pi - 4\pi}{3 - 2} = 5\pi \quad (۰/۲۵)$	۱۳
-----	--	----

۱۲۵	$y = \sin^2 x - \sin x$ $y' = 2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \rightarrow y = 0 \\ x = \frac{3\pi}{2} \rightarrow y = 2 \\ x = \frac{\pi}{6} \rightarrow y = -\frac{1}{4} \\ x = \frac{5\pi}{6} \rightarrow y = -\frac{1}{4} \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ <p><math>x = 0 \rightarrow y = 0</math>  <math>y = 0 \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi, \frac{\pi}{2}</math></p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>۰</td> <td><math>\frac{\pi}{6}</math></td> <td><math>\frac{\pi}{2}</math></td> <td><math>\frac{5\pi}{6}</math></td> <td><math>\pi</math></td> <td><math>\frac{3\pi}{2}</math></td> <td><math>2\pi</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>—</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>—</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۰</td> <td><math>\searrow -\frac{1}{4}</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td>۰</td> <td><math>\searrow -\frac{1}{4}</math></td> <td><math>\nearrow</math></td> <td>۲</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جدول (۰/۷۵)</p>	x	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$	y'	—	۰	+	۰	—	۰	+	y	۰	$\searrow -\frac{1}{4}$	$\nearrow$	۰	$\searrow -\frac{1}{4}$	$\nearrow$	۲	۱۴
x	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$																			
y'	—	۰	+	۰	—	۰	+																			
y	۰	$\searrow -\frac{1}{4}$	$\nearrow$	۰	$\searrow -\frac{1}{4}$	$\nearrow$	۲																			

رسم شکل (۰/۲۵)

« ادامه در صفحه ی چهارم »

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۶ / ۱۱ / ۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$S = \frac{xy}{2}, \quad x + y = 18 \rightarrow y = 18 - x$ $S = 9x - \frac{x^2}{2} \rightarrow S' = 9 - x = 0 \rightarrow x = 9 \rightarrow y = 9$ <p style="text-align: center;">(./۲۵)</p>	۰/۷۵
۱۶	$A \Big _0^1 \text{ عطف} \rightarrow 0 = a + 3 - b \quad (./۲۵)$ $y' = 3ax^2 + 6x \rightarrow \begin{cases} y'' = 6ax + 6 \\ x = 1 \end{cases} \rightarrow 0 = 6a + 6 \rightarrow a = -1, b = 2$ <p style="text-align: center;">(./۲۵)</p>	۱
۱۷	$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx =$ $\frac{(1+2) \times 1}{2} - \frac{1 \times 2}{2} = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">(./۲۵)</p>  <p style="text-align: right;">رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

با سلام

مصححین گرامی ، لطفاً برای روش های حل درست دیگر بازم را به تناسب تقسیم فرمایید .